数理ファイナンスの基礎-マリアバン解析と漸近展開の応用-

国友直人*
高橋明彦†

2003 年 7 月 (初版発行)
2004 年 11 月 (最新の訂正・追加項目)

訂正箇所 (2003 年 8 月 1 日)

177 ページ（下から 1 行目）: -1/2 を+1/2 に訂正。(発見者：国友直人)
173 ページ（上から 8 行目）:「... 証明とこの章で述べる結果の証明」に修正。(発見者：国友直人)
179 ページ（上から 5 行目）:「本書で用いているフーリエ逆変換の方法は数理統計学では...」に修正。(発見者：国友直人)

訂正箇所 (2004 年 10 月 30 日)

84 ページ (上から 13 行目)：$\mathbf{E}^{Q}[\mathcal{D}_t g(B^*)|\mathcal{F}(t)]$ に修正。
166 ページ (上から 20 行目)：「絶対連続かつ 2 乗可積分関数であり」を「絶対連続かつ 2 乗可積分な導関数を持つクラスであり」に修正。(発見者:国友直人)
168 ページ (下から 1 行目)：Wiener 汎関数とする。(発見者:国友直人)
265 ページ (下から 8 行目)：「*Japanese Economic Review*（近刊）」を追加。
266 ページ (上から 15 行目):「*Annals of Applied Probability*, Vol.13, 3,914-952。」に修正。
65 ページ (下から 3 行目)：N を n に修正 (指摘者：室井芳史氏)。
68 ページ (上から 15 行目)：r(t) を r(s) に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
72 ページ (下から 7 行目)：$\mathbf{E}^{P}[\,\cdot\,]$ を $\mathbf{E}^{P}[1_A\cdot]$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
72 ページ (上から 8 行目)：$\mathbf{Ker}(\sigma'(t))$ を $\mathbf{Ker}^{\perp}(\sigma'(t))$ に修正。(発見者：

*東京大学大学院経済学研究科
†東京大学大学院経済学研究科

高橋明彦)。
84 ページ ((4.27) 式)：D_t は $\mathcal{D}_t$ に修正。(発見者：国友直人)。
88 ページ（上から 5 行目)：$\sigma_i(u,t)$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
88 ページ（上から 9 行目)：$\sigma_i(u,s)$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
91 ページ（上から 13 行目)：変数を $S_0(s), \pi^{'}(s), \sigma(s)$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
93 ページ（上から 5 行目)：$\int_0^T |X_j(s)|^2 ds$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
93 ページ（上から 3 行目)：Q の下での局所連続マルチンゲールに修正。(発見者：高橋明彦)。
96 ページ（下から 4 行目)：$\int_0^s \theta(u)du$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
97 ページ（上から 9 行目)：「下に有界なので (5.5) 式の右辺が $(c \geq 0, W \geq 0)$」と修正。(発見者：高橋明彦)。
114 ページ（下から 5 行目)：次章は次節に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
123 ページ（上から 10 行目)：$X_t^{(\epsilon)}$ は $X_T^{(\epsilon)}$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
174 ページ（下から 1 行目)：η_c^ϵ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
178 ページ（上から 2 行目)：∂_ϵ を $\partial\epsilon$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
213 ページ（下から 9 行目)：$S_i(u)$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。
213 ページ（下から 1 行目)：「(ただし、$dB_0(u) = du$ とする。)」を追加。(指摘者：室井芳史氏)。
244 ページ（上から 9 行目)：$\sigma(\epsilon X_t^{(\epsilon)} + S_t^{(0)}, t)$ に修正。(指摘者：室井芳史氏)。

訂正箇所 (2004 年 11 月 19 日)

173 ページ (上から 8 行目)：d=n=1 とする。(発見者:国友直人)
97 ページ (上から 9 行目)：「下に有界なので (5.5) 式の右辺が優マルチンゲールとなる」に変更。(発見者:高橋明彦)
98 ページ (下から 6 行目)：$U^{(')} : (0+, \infty)$ は $U_2^{(')}(\,\cdot\,)$ $(U_1^{(')}(t,\,\cdot\,)) : (0, +\infty)$ に変更。(発見者:高橋明彦)
98 ページ (下から 4 行目)：$U_1^{(')}(t, I(t,y)) = y$ に変更。(発見者:高橋明彦)
98 ページ (下から 2 行目)：$I_1(t, U_1^{(')}(t,x)) = x$ に変更。(発見者:高橋明彦)
100 ページ (上から 3 行目)：右辺を $\mathbf{E}\{xy + \cdots\}$ に変更。(発見者:高橋明彦)
100 ページ (上から 10 行目)：命題を「定理」に変更。(発見者:高橋明彦)
100 ページ (定理 5.2)：文章の一部を「π^* を $(c^*, \pi^*) \in \mathcal{A}$ および $\xi^* = \ldots$ となるポートフォリオ過程とする。」に変更し、「の解」を削除。(発見者:高橋明彦)
105 ページ (下から 2 行目)：文章「(5.4) 式から... できる」を削除し、代わ

りに「$W(t) \geq 0$ より $(c,\pi) \in \mathcal{A}(x)$ となる。」に変更。(発見者:高橋明彦)
106 ページ (上から 11 行目)：「$\theta(t)^2|$ を「$\|\theta(t)\|^2$」に変更。(発見者:高橋明彦)
106 ページ (上から 1 行目)：「下から有界であるので」を削除。(発見者:高橋明彦)
106 ページ (上から 3 行目)：「$\geq \int_0^T \min[0, U_1(t,1)]dt + \min[0, U_2(1)]$」に変更。(発見者:高橋明彦)
211 ページ (上から 2 行目)：「$(s,\omega) \to \mathcal{D}\theta(s,\omega)$ に変更。(発見者:高橋明彦)
263 ページ (上から 13 行目)：「未定稿」を「『金融研究』(日本銀行金融研究所)，Vol.22, (2), 35-87」に修正。
264 ページ (下から 3 行目)：「*International Review of Finance*, 2000 年, Vol.1, 123-142 に再録」を追加。
267 ページ (下から 2 行目)：*Statistical Inference for Stochastic Processes*(近刊) を追加。
268 ページ (上から 1 行目)：Discussion Paper CIRJE-F-249 (2003 年),Graduate School of Economics, University of Tokyo。
268 ページ (上から 5 行目)：「*International Review of Finance*(近刊)」を追加。

補足注

ページ 84(上から 6 行-13 行)：ここで数理的に正確な説明を期せばかなり長い議論が必要であるが、直観的な導出としては次のように考えればよい。正実数列 ϵ と $[0,T]$ 上の微分可能な連続関数 h をとり

$$g(B^* + \epsilon h) = 1_{S(T)+\epsilon h(T)-K\geq 0} S(0) e^{(r-\sigma^2/2)T+\sigma(B^*(T)+\epsilon h(T))} \tag{1}$$

であることに注意する。このとき

$$\begin{aligned} & g(B^*(T)+\epsilon h(T)) - g(B^*(T)) \\ = \ & 1_{\{S(T)-K\geq 0\}} S(0) e^{(r-\sigma^2/2)T+\sigma B^*(T)} [e^{\sigma\epsilon h(T)} - 1] + R_1 \end{aligned}$$

と書けるが、R_1 は残差を表している。したがって、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\epsilon}[g(B^*(T)+\epsilon h(T)) - g(B^*(T))] \\ = \ & 1_{\{S(T)-K\geq 0\}} \sigma S(0) e^{(r-\sigma^2/2)T+\sigma B^*(T)} \int_0^T \dot{h}(s)ds + R_2 \end{aligned}$$

と表現されるが、R_2 は R_1 とは異なる残差を表している。さらに $\epsilon \to 0$ とすれば

$$\mathcal{D}_t g(B^*(T)) = 1_{\{S(T)-K\geq 0\}} \sigma S(T) \tag{2}$$

が得られる。さらに、

$$\mathbf{E}^Q[\mathcal{D}_t g(B^*(T))|\mathcal{F}(t)] = \sigma S(t) \mathbf{E}^Q[1_{\{S(T)-K\geq 0\}} e^{(r-\sigma^2/2)(T-t)+\sigma(B^*(T)-B^*(t))}]$$

となるので、2.2 節で行ったように積分範囲に注意して右辺の期待値を具体的に求めれば (4.27) が得られる。